

Gegebene Formeln:

$$\begin{aligned}v &= s/t & a &= v/t & s &= v \cdot t/2 \\ & & s &= a/2 \cdot t^2 & & \\ F &= m \cdot a & F &= m \cdot v^2/r & & \\ E_{\text{pot}} &= m \cdot g \cdot h & E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 & & \end{aligned}$$

Mit folgenden Formeln lassen sich viele Dinge einfacher berechnen. Wichtige Formeln sind rot:

$$\begin{aligned} & F = m \cdot a \\ \Leftrightarrow & m \cdot a = m \cdot v^2/r \\ \Leftrightarrow & \mathbf{a = v^2/r} \\ \\ & E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \\ \Leftrightarrow & m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ \Leftrightarrow & g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v^2 \\ \Leftrightarrow & 2 \cdot g \cdot h = v^2 \\ \Leftrightarrow & \mathbf{v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \\ \\ & a = v^2/r \\ \Leftrightarrow & \mathbf{a = 2 \cdot g \cdot h/r} \end{aligned}$$

Lösungen (Die Antworten sind rot markiert, die gegebenen Werte blau):

Nr.1

$$v_{\text{Flugzeug}} = 40 \text{ km/h}; s = 120 \text{ km}; v_{\text{Wind}} = 15 \text{ km/h}$$

1.) Westwind

$$t = 1 \text{ h}$$

$$s_{\text{Flugzeug}} = 1 \text{ h} \cdot 40 \text{ km/h} = 40 \text{ km}$$

$$s_{\text{Rest}} = 120 \text{ km} - 40 \text{ km} = 80 \text{ km}$$

$$s_{\text{AgetrW}} = 1\text{h} \cdot 15\text{km/h} = 15\text{km} \text{ (nach Westen)}$$

2.) Nordwind

$$t = 1\text{h}$$

$$v_{\text{Flugzeug}} = 40\text{km/h} - 15\text{km/h} = 25\text{km/h}$$

$$s_{\text{Flugzeug}} = 1\text{h} \cdot 25\text{km/h} = 25\text{km}$$

$$s_{\text{Rest}} = 80\text{km} - 25\text{km} = 55\text{km}$$

3.) Ostwind

$$s = 55\text{km}$$

$$t = 55\text{km} : 40\text{ km/h} = 1,375\text{h} = 01:22:30\text{h}$$

$$s_{\text{AgetrO}} = 1,375\text{h} \cdot 15\text{km/h} = 20,625\text{km} \text{ (nach Osten)}$$

$$s_{\text{Agetrieben}} = s_{\text{AgetrO}} - s_{\text{AgetrW}} = 20,625 - 15 = 5,625 \text{ (nach Osten)}$$

Sie erreichen die Küste nach 3 Stunden, 22 Minuten und 30 Sekunden. Dabei sind Sie 5,625km nach Osten abgetrieben.

Nr.2

$$r = 3\text{km} = 3000\text{m}; a = 5g = 5 \cdot 9,81\text{m/s}^2 = 49,05\text{m/s}^2$$

$$a = v^2/r$$

$$v^2 = a \cdot r$$

$$v = \sqrt{a \cdot r}$$

$$v = \sqrt{49,05\text{m/s}^2 \cdot 3000\text{m}}$$

$$v = 383,6\text{m/s}$$

Das Flugzeug darf höchstens 383,6m/s schnell sein.

Nr. 3

$$d = 8\text{m}; r = 4\text{m}$$

a)

$$a = 2 \cdot g \cdot h / r$$

$$h = a \cdot r / 2 \cdot g$$

$$a = g$$

$$h = g \cdot r / 2 \cdot g$$

$$h = r / 2 = 4\text{m} : 2 = 2\text{m}$$

$$h_{\text{ges}} = h + d = 2\text{m} + 8\text{m} = 10\text{m}$$

Die Anhöhe muss mindestens 10m hoch sein.

b)

$$a = 2 \cdot g \cdot h / r$$

$$a = 2 \cdot 9,81\text{m/s}^2 \cdot 10\text{m} / 4\text{m}$$

$$a = 49,05\text{m/s}^2$$

$$\alpha = \text{atan}(g/a) = \text{atan}(9,81\text{m/s}^2 / 49,05\text{m/s}^2)$$

$$\alpha = \text{atan}(0,2) = 11,31^\circ$$

Der Winkel zwischen Straße und Fahrradfahrer muss $11,31^\circ$ betragen.

Nr. 4

$$d_K = 6\text{m}; r_K = 3\text{m}; \alpha = 30^\circ; c = 4\text{m}$$

a)

$$\sin(30^\circ) = GK / 4\text{m}$$

$$\Leftrightarrow GK = 0,5 \cdot 4\text{m} = 2\text{m}$$

$$AK = \cos(30^\circ) \cdot 4\text{m} = 0,8660 \cdot 4\text{m} = 3,464\text{m}$$

$$9,81\text{m/s}^2 / 3,464\text{m} = a / 2\text{m}$$

$$\Leftrightarrow a = 5,664\text{m/s}^2$$

$$r_s = r_K + GK = 3\text{m} + 2\text{m} = 5\text{m}$$

$$v = \sqrt{a \cdot r} = \sqrt{5,664\text{m/s}^2 \cdot 5\text{m}} = 5,322\text{m/s}$$

Die Sitze fahren mit $5,322\text{m/s}$ im Kreis.

b)

$$t = U/v = 2 \cdot r \cdot \pi / v = 2 \cdot 5\text{m} \cdot 3,142 / 5,322\text{m/s} = 5,903 \text{ sec.}$$

Das Karusell benötigt für eine Umdrehung $5,903 \text{ sec.}$

c)

$$a = 9,81\text{m/s}^2 / 3,464\text{m} = a/4\text{m} = 11,33\text{m/s}^2$$

$$F = a \cdot m = 11,33\text{m/s}^2 \cdot 40\text{kg} = 453,1\text{N}$$

Ein 40kg schweres Kind wird mit $453,1\text{N}$ in den Sitz gepresst.

Nr. 5

$$A_{nz} = 1000 / \text{min.} = 16,6 \overline{6} / \text{sec.}; d = 60\text{cm} = 0,6\text{m}; r = 0,3\text{m}; m = 50\text{g} = 0,05\text{kg}$$

a)

$$v = A_{nz} \cdot U = A_{nz} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = 16,6 / \text{sec.} \cdot 2 \cdot 3,142 \cdot 0,3\text{m} \\ = 31,42\text{m/s}$$

$$F = m \cdot v^2 / r = 0,05\text{kg} \cdot (31,42\text{m/s})^2 / 0,3\text{m} = 0,05\text{kg} \cdot 987,0\text{m}^2/\text{s}^2 / 0,3\text{m} \\ = 164,5\text{N}$$

Auf ein 50g schweres Teil wirken $164,5\text{N}$.

b)

$$v^2 = F \cdot r / m = 329,0\text{N} \cdot 0,3\text{m} / 0,05\text{kg} = 1974\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\Leftrightarrow v = 44,43\text{m/s}$$

$$A_{nz} = v / 2 \cdot \pi \cdot r = 44,43\text{m/s} / 2 \cdot 3,142 \cdot 0,3\text{m} = 23,57 / \text{sec.}$$

Möglich sind max. $23,57$ Umdrehungen pro Sekunde.